Educação Financeira

EAD - Formação Continuada IBS

Instituto BRASIL SOLIDÁRIO

Fascículo 2

PDE Programa de Desenvolvimento da Educação

Curso Matemática nos Anos Finais

Álgebra nos Anos Finais

- ✓ **Pensamento algébrico x linguagem algébrica**
- ✓ **Sequências e regularidades**
- ✓ **As ideias da Álgebra em sala de aula**

> *Matemática, de modo algum, são fórmulas, assim como a música não são notas.*
>
> Y Jurquim

2. Álgebra nos Anos Finais

Uma das inovações no ensino de Matemática proposto pela *Base Nacional Comum Curricular* (*BNCC*) foi a introdução da Álgebra enquanto unidade temática, para que o pensamento algébrico fosse desenvolvido desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ainda precisaremos de alguns bons anos para colher frutos dessa mudança, mas é importante que nós, professores e professoras de Matemática, possamos auxiliar nesse desenvolvimento. E podemos fazer isso de diferentes maneiras: seja na discussão sobre a importância da Álgebra com nossos pares que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, seja nos estudos em busca de compreender como funciona o desenvolvimento do pensamento algébrico ou, ainda, usando estratégias em sala de aula que desmistificam a Álgebra enquanto área sem fundamento e sem sentido dentro da Matemática.

Para tanto, os jogos do *Projeto Vamos Jogar e Aprender* serão nossos auxiliares nessa jornada. Neste fascículo teremos a oportunidade de refletir sobre vários aspectos do pensamento algébrico, para além da linguagem algébrica. Ótimos estudos para vocês! Vamos juntos!

2.1. Pensamento algébrico

Vamos começar refletindo sobre um problema. Para isso, vou pedir a você que se comprometa com essa proposta, combinado? Resolva o problema a seguir como entender ser mais fácil para você:

Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

(SANTOS & BURIASCO, 2008, p.98)

Lembre-se de fazer um registro da sua resolução como se fosse explicar para alguém como você pensou. Deixe evidente todas as etapas da sua resolução para o possível leitor, que pode ser outro colega professor ou um estudante tentando compreender as etapas de resolução. Após a resolução, verifique se sua resposta realmente condiz com o contexto proposto, buscando uma estratégia de conferência para a solução encontrada.

Antes de avançarmos nas discussões sobre o problema, responda às seguintes questões, registrando-as junto à sua resolução:

- Como você classificaria esse problema em relação ao nível de dificuldade: fácil, médio ou difícil?
- Para qual ano escolar você utilizaria essa proposta? Por quê?
- Qual é o conceito matemático essencial para que alguém consiga encontrar a resposta desse problema?

Unsplash - Santi Vedrí

É curioso perceber que muitos colegas que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio ainda possuem dificuldades em trabalhar sem fazer uso da linguagem algébrica, como se fosse uma necessidade em todas as situações e resoluções de problemas aos quais uma resposta é almejada. A pergunta aqui, para estes colegas, seria: Por que não é possível encontrar um outro caminho para resolver essa mesma situação-problema?

Bom, antes de perguntar aos colegas, vamos nós mesmos em busca de uma solução diferente para esse problema dos telegramas proposto anteriormente: resolva o problema de uma maneira diferente da que você resolveu inicialmente. É possível? Qual seria a sua nova estratégia?

No fascículo anterior nós trouxemos algumas provocações sobre a aprendizagem da Matemática ter sido vinculada durante décadas a mecanismos e técnicas específicas para cada situação, e o quanto as construções de estratégias criativas e funcionais acabaram sendo suprimidas em sala de aula. Mas, o que isso tem a ver com essa resolução do problema dos telegramas? Nós vamos examinar essa relação analisando algumas possíveis soluções. Observe a resolução a seguir:

1° dia: **x**
2° dia: **x + 7**
3° dia: **x + 14**
4° dia: **x + 21**
5° dia: **x + 28**

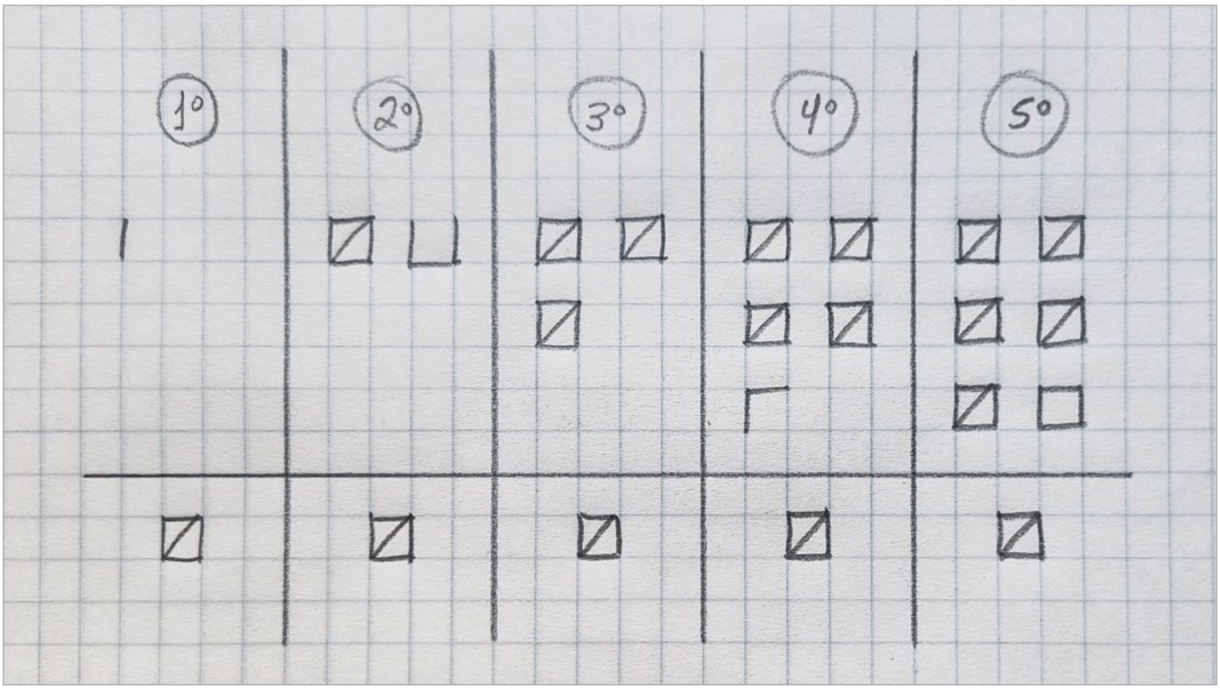
A soma dos telegramas entregues nos 5 dias precisa ser igual a 100.

$$x + (x + 7) + (x + 14) + (x + 21) + (x + 28) = 100$$
$$5x + 70 = 100$$
$$5x = 30$$
$$x = 30 \div 5$$
$$x = 6$$

Ou seja, no primeiro dia temos 6 telegramas entregues, no segundo dia 13 telegramas, no terceiro dia 20 telegramas, no quarto dia 27 telegramas e no quinto dia 34 telegramas.

Essa é uma resolução fazendo uso da linguagem algébrica a partir da organização de uma equação de 1° grau. Seria possível resolver de outra maneira? Alguns estudantes conseguem organizar o pensamento sobre o problema sem fazer uso dessa linguagem específica, o que não quer dizer que o pensamento algébrico não esteja sendo colocado em prática.

Vamos observar outra resolução:



Ao distribuir os **100 telegramas** nos **5 dias**, seguindo a regra de que temos que ter 7 telegramas a mais distribuídos de um dia para o outro, comecei com **1 telegrama no primeiro dia, 8 no segundo, 15 no terceiro, 22 no quarto e 29 no quinto dia**. Porém, ainda faltavam distribuir 25 telegramas, e eu fui distribuindo para cada um dos dias, chegando ao resultado de **6 telegramas entregues no primeiro dia, 13 no segundo, 20 no terceiro, 27 no quarto e 34 no quinto dia**.

Essa é uma resolução que trabalha com um aspecto muito importante para o pensamento algébrico, que é a percepção de **regularidades**. Para muitos professores essa não seria uma resolução possível de ser aceita, pela exigência de uso da linguagem algébrica. Porém, sem a compreensão da regularidade e da distribuição dos demais telegramas nos 5 dias de maneira igualitária, não seria possível chegar ao resultado. Desse modo, a linha de raciocínio estabelecida aqui se aproxima do que foi feito na resolução anterior, mesmo sem usar da linguagem específica.

Isso nos mostra que o desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial para que o uso da linguagem algébrica seja feito de maneira consciente, sem que o estudante "seja escravizado" pela linguagem, mas que ele possa incluir a representação algébrica no seu rol de possibilidades ao resolver um problema, não sendo ela única e exclusiva.

Por esse motivo, o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico revela-se tão importante desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com habilidades dessa unidade temática sendo propostas desde o 1º ano. Os frutos dessas discussões serão colhidos a médio e longo prazo, mas nós podemos potencializar isso, principalmente quando os estudantes chegam ao 6º ano, em que a linguagem algébrica ainda não é introduzida, proporcionando experiências significativas a partir das habilidades propostas pela *BNCC*.

Vale destacar aqui qual é o grande propósito do trabalho com Álgebra indicado para o Ensino Fundamental como um todo pelo documento da *Base Nacinal Comum Curricular*:

> *"A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações."*
>
> (BRASIL, 2018, p.270)

Para saber mais sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, assista ao vídeo "Fundamentos no Ensino de Matemática - Pensamento algébrico: aspectos teóricos", clicando aqui!

Aproveite para refletir junto aos seus colegas, fazendo-se essa pergunta:

Eu favoreço o desenvolvimento do pensamento algébrico em minhas aulas?

Ou meu foco tem sido na linguagem algébrica?

Nas próximas unidades vamos verificar algumas possibilidades de desenvolvimento dessas ideias.

2.2. Sequências e regularidades

O ser humano, naturalmente, sempre busca estabelecer padrões e analisar as regularidades desses padrões em situações diversas. Quando há uma quebra de padrões já estabelecidos, o indivíduo precisa construir novas estratégias que atendam à situação que "fugiu à regra", que não está alinhada com algo já percebido. A compreensão das regularidades é de suma importância para o desenvolvimento do pensamento humano. Isso nos mostra que aprender Matemática e, mais especificamente, aprender Álgebra, não está ligado somente à aplicabilidade que se dá para cada situação, mas sim ao desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, do desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para a vida em sociedade.

Podemos começar a fazer isso com perspectivas simples, a partir dos jogos do *Projeto Vamos jogar e aprender*. Começaremos com uma análise sobre o tabuleiro do jogo *Piquenique* e como ele pode nos auxiliar nessa proposta.

Traga o tabuleiro para sala de aula (físico ou online) e proponha reflexões a partir de perguntas sobre o tabuleiro e sobre o jogo de modo geral:

- As cores das casas na trilha do *Piquenique* seguem um padrão? Qual? Isso ocorre no tabuleiro como um todo?
- É possível estabelecer um padrão entre as cartas de *Ganhos e Gastos*? E entre as cartas de *Tomada de Decisão*?
- De acordo com o que você conhece sobre jogos de tabuleiros, principalmente os que possuem uma trilha, similares ao *Piquenique*, qual é o objetivo principal do jogo? O *Piquenique* segue esse padrão?

Quando o estudante percebe que padrões podem ser seguidos e quebrados isso favorece a construção de estratégias, promovendo a autonomia e a criação de estratégias pessoais, no caso da resolução de problemas diversos, sejam eles matemáticos ou não. Além do tabuleiro do *Piquenique*, os jogos da família *Pic$* podem ser bons auxiliares na compreensão dos padrões e regularidades.

PADRÃO
é o motivo que se repete indefinidamente.

REGULARIDADE
é a regra que define essa repetição.

As próprias regras do jogo já provocam esse tipo de pensamento sobre regularidades: a próxima carta só pode ser jogada se for do mesmo tipo de dívida (no caso do *Pic$* ou *Pic$ GO*) ou da mesma situação ambiental (no caso do *Pic$ BIO* ou *Pic$ BIO+*), exceto pelas cartas coringa. Se o jogador for mudar a cor (o tipo de dívida ou o contexto ambiental), é preciso que a carta tenha alguma relação com a anterior (o mesmo número, no caso).

Você, professor, pode fazer uso das cartas do jogo para que os estudantes criem sequências em sala de aula, de modo que os colegas identifiquem os padrões e as regularidades em cada uma das sequências. Ou ainda, a identificação de elementos ausentes em uma sequência. Esse movimento também pode ser desenvolvido com as cartas produto do jogo *Piquenique*, e até mesmo com as moedas de 2 américas e de 1 américa.

As cartas-cheque presentes no jogo *Bons Negócios* também podem contribuir para essa reflexão, quando os estudantes são convidados a identificar qual o padrão existente na sequência de valores destas cartas, ou ainda quando são convidados a identificar quais cartas-cheque ainda faltam sair em determinada rodada da segunda fase do jogo.

E você pode criar outras tantas situações no campo da Álgebra a partir dos jogos! Basta ter um objetivo bem definido e clareza de qual o objetivo de aprendizagem que você almeja. Em nosso curso de *Planejamento Pedagógico* fazemos muitas reflexões sobre a organização das possibilidades em sala de aula. Caso ainda não tenha cursado, fica aqui o nosso convite!

As habilidades propostas pela *BNCC* para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental possuem claramente o foco na compreensão de aspectos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, e o estudo das regularidades ganha destaque. O que alguns colegas professores ainda têm dificuldade em identificar é a importância desses estudos para o campo algébrico, mas também para o campo numérico, para o desenvolvimento de estratégias de cálculo baseadas na percepção de regularidades próprias do sistema de numeração decimal.

Na sequência de estudos do nosso fascículo, vamos ampliar nosso olhar para outras ideias da Álgebra e para a importância delas em nosso trabalho em sala de aula.

Cartas-cheque do jogo *Bons Negócios*.

2.3. As ideias da Álgebra em sala de aula

Em algum momento, em sua prática escolar, você já refletiu sobre como a Álgebra é compreendida pelos estudantes? O fato dela ser uma das áreas que as pessoas mais se queixam após a vivência matemática na Educação Básica evidencia dois aspectos importantes. O primeiro é o fato de que a *matofobia* - *fobia de Matemática*, já citada e estudada em nosso curso de *Alfabetização e Letramento Matemático* - tem sua origem em questões metodológicas, ou seja, em como o pensamento matemático, nesse caso especificamente o pensamento algébrico, tem sido promovido em sala de aula.

Outro aspecto é a compreensão errônea de que a Matemática deve, necessariamente, deve ser aplicada em situações cotidianas, independentemente do conceito estudado. Essa falácia gera grandes dificuldades no campo algébrico, principalmente quando o foco de trabalho está voltado para o estudo das estruturas.

Das diferentes ideias ou concepções da Álgebra, vamos destacar:

a) Álgebra como aritmética generalizada

Esta concepção aponta para uma compreensão da álgebra como generalização dos conhecimentos aritméticos. Essa linha auxilia na compreensão do processo operatório de modo geral.

b) Álgebra como estratégia para resolução de problemas

Principalmente pelo trabalho com equações, essa talvez seja a manifestação mais comum nas aulas de Matemática pelo mundo. Esta concepção visa compreender quais procedimentos devem ser utilizados na resolução de problemas, sejam eles contextualizados ou não.

c) Álgebra como relação entre grandezas

Nessa concepção situa-se o estudo das funções, explorando as relações entre grandezas.

d) Álgebra como estudo de estruturas

Esta concepção tem como objetivo entender quais as percepções matemáticas podem ser úteis para a resolução de problemas algébricos, como equivalências entre expressões ou simplificações, por exemplo. Outra característica intensa nessa concepção é a exploração a partir da linguagem algébrica para organização dessas estruturas, o que podemos evidenciar a partir da demonstração de alguns produtos notáveis, por exemplo.

Cada uma dessas concepções garantem um olhar diferenciado para a Álgebra, mostrando que não se trata de um único tipo de pensamento quando falamos dessa unidade temática ao apresentar a abrangência e a importância que os estudos algébricos requerem. Sabemos que algumas delas nos permitem a construção de estratégias através dos jogos do *Projeto Vamos Jogar e Aprender*, outras não. A elaboração de uma planilha eletrônica a ser utilizada na organização dos dados dos jogos - *Piquenique*, *Pic$* ou *Bons Negócios* - garante um trabalho com aspectos de generalização e de função (variação entre grandezas), por exemplo. As discussões sobre situações de jogo podem ser encaradas pelos estudantes a partir da concepção da Álgebra como recurso para a resolução de problemas.

Nesse sentido, cabe a você, professor(a), identificar as potencialidades dos jogos alinhados aos objetivos de aprendizagem que se pretende desenvolver com a turma. Olhar para as habilidades da unidade temática Álgebra no Ensino Fundamental como um todo, para além da série na qual você atua, permitirá uma leitura diferenciada em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos seus estudantes ao longo de toda a vivência escolar deles.

Esperamos que as provocações que trouxemos para este fascículo tenham acendido algumas boas ideias de trabalho para você em suas aulas, olhando para a Álgebra para além do que foi vivenciado por você enquanto estudante da Educação Básica.

Um abraço e até a próxima!

Referências bibliográficas

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas*. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base. Acesso em: 23 jun. 2023.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). *As ideias da Álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Trad. Heitor L. de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTOS, J. R. V.; BURIASCO, R. L. C. *Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica*. Zetetiké, Campinas, v. 16, n. 30, p. 11-43, 2008.

SANTOS, L. G. *Introdução do pensamento algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática*. Dissertação de Mestrado, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2007.

SMOLE, K. S.; DINIZ, I. D. (org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Instituto BRASIL SOLIDÁRIO

INSTITUTO BRASIL SOLIDÁRIO - IBS
www.brasilsolidario.org.br